

Wachstumsformel:

$$K_n = K_o \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Die Eulersche Zahl e [nach Jakob Bernoulli]

Betrachte wieder das Zinseszins-Problem:

- ① Normalfall für das Beispiel: „Kapitalverdopplung“, d.h.: Zinssatz $p = 100\%$

→ Startkapital: $K_o = 1\text{Euro}$

$$\text{Kapital nach einem Jahr: } K_1 = K_o \cdot \left(1 + \frac{100}{100}\right)^1$$

$$\rightarrow K_1 = 1 \cdot \left(1 + \frac{100}{100}\right)^1 = 1 \cdot 2^1 = \underline{\underline{2\text{Euro}}}$$

- ② Zinszuschlag mehrmals im Jahr: Betrachte den Fall, dass mehrmals zwischen zeitlich“ Zinsen anteilig gutgeschrieben würden.

- ① Das bedeutet z.B.: Zwei Mal im Jahr Zinszuteilung, für jeweils das halbe Jahr!

$$\text{Erstes Halbjahr: } K_{1a} = 1 \cdot \left(1 + \left(\frac{100}{100} \cdot \frac{1}{2}\right)\right) = 1 \cdot \left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)\right) = 1 \cdot (1,5) = \underline{\underline{1,5\text{Euro}}}$$

Zweites Halbjahr:

$$K_{1b} = 1,5 \cdot \left(1 + \left(\frac{100}{100} \cdot \frac{1}{2}\right)\right) = 1,5 \cdot \left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)\right) = 1,5 \cdot (1,5) = \underline{\underline{2,25\text{Euro}}}$$

Berechnung in einem Schritt mit der Wachstumsformel:

$$\text{Bsp: } K_1 = K_o \cdot \left(1 + \left(\frac{p}{100} \cdot \frac{1}{2}\right)\right)^2$$

Zwei Zinszuschläge in einem Jahr

$$K_1 = 1 \cdot \left(1 + \left(\frac{100}{100} \cdot \frac{1}{2}\right)\right)^2 = 1 \cdot \left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)\right)^2 = 1 \cdot (1,5)^2 = \underline{\underline{2,25\text{Euro}}}$$

- ② Bei drei Zinszuteilungen im Jahr erhalten wir:

$$K_1 = 1 \cdot \left(1 + \left(\frac{100}{100} \cdot \frac{1}{3}\right)\right)^3 = 1 \cdot \left(1 + \left(\frac{1}{3}\right)\right)^3 = 1 \cdot (1,3)^3 \cong \underline{\underline{2,37\text{Euro}}}$$

- ③ Bei n Zinszuteilungen im Jahr können wir also schreiben:

$$K_1 = 1 \cdot \left(1 + \left(\frac{100}{100} \cdot \frac{1}{n}\right)\right)^n = 1 \cdot \left(1 + \left(\frac{1}{n}\right)\right)^n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \cong \overbrace{2,7145}^{\text{Eulersche Zahl}} \dots \text{Euro}$$